ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Distributed Computing Group

HS 2008 Prof. Dr. R. Wattenhofer / Dr. Kai Lampka / Raphael Eidenbenz / Roland Flury

Discrete Event Systems
Sample Solution to Exercise 7

1 Strukturelle Eigenschaften von PN und Token game

1. $\bullet t_5 = \{p_5, p_9\}$, $t_5\bullet = \{p_6\}$
   $\bullet t_6 = \{p_6\}$, $t_6\bullet = \{p_7\}$
   $\bullet t_7 = \{p_7\}$, $t_7\bullet = \{p_8\}$
   $\bullet t_8 = \{p_8\}$, $t_8\bullet = \{p_5, p_{10}\}$

   $\bullet p_3 = \{t_2\}$, $p_3\bullet = \{t_3\}$
   $\bullet p_4 = \{t_3\}$, $p_4\bullet = \{t_4\}$
   $\bullet p_5 = \{t_8\}$, $p_5\bullet = \{t_5\}$
   $\bullet p_6 = \{t_5\}$, $p_6\bullet = \{t_6\}$

2. (p_1, p_5) $[t_1 t_2\rangle$ (p_3, p_5, p_9). In der Markierung (p_3, p_5, p_9) ist bloss t_5 aktiv. Die Transition t_3 kann erst ausgeführt werden $p_1 0$ ein Token enthält. Deshalb kann man annehmen, dass diese PN den gegenseitigen Ausschluss von zwei Prozessen darstellt.

3. (p_2, p_5) $[t_2\rangle$ (p_3, p_5, p_9), d.h. vor dem Feuern hat es 2 Tokens und nach dem Feuern 3.

4. $M_0 = (p_1, p_5)$ $[t_1\rangle$ (p_2, p_5) $[t_2\rangle$ (p_3, p_5, p_9) $[t_5\rangle$ (p_3, p_6) $[t_6\rangle$ (p_3, p_7) $[t_7\rangle$ (p_3, p_8) $[t_8\rangle$ (p_3, p_5, p_{10}) $[t_3\rangle$ (p_4, p_5) $[t_4\rangle$ $(p_1, p_5) = M_0$

2 Grundlegende Eigenschaften von PN

Bemerkungen zur Notation:

- $[m_i\rangle$ ist die Menge alle Tokenverteilungen die von der Tokenverteilung m_i erreichbar sind.
- M_0 ist die initiale Tokenverteilung
- m_i $[t\rangle$ beschreibt die Tokenverteilung nach dem Feuern von Transition t und einer Tokenverteilung m_i vor dem Feuern.
- m_i $[t_1\rangle$ $[t_2\rangle$ kann zusammengefasst werden zu m_i $[t_1, t_2\rangle$ und beschreibt die Tokenverteilung nach dem Feuern von t_1 und dann t_2, ausgehend auf die Tokenverteilung m_i.
- $\exists m \in [M_0\rangle$: .... Es existiert ein m in $[M_0\rangle$, so dass ... gilt
- $\nexists m \in [M_0\rangle$: .... Es existiert kein m in $[M_0\rangle$, so dass ... gilt
- $\forall m \in [M_0\rangle$: ... für alle m in $[M_0\rangle$ gilt, dass ... gilt

1. - Beschränktheit: Ein PN ist beschränkt (bounded) wenn es ein $k \in \mathtt{N}^0$ gibt so dass bei allen Tokenverteilungen für alle Plätze p_i gilt: $m(p_i) \leq k$. D.h. zu jeder Zeit ist die Anzahl Tokens pro Platz maximal k.

     Das PN N_2 ist *nicht* beschränkt falls das Gewicht der der Kante von t_4 zu p_1 grösser als eins ist, d.h. $K > 1$. In diesem Fall kann man beliebig oft $[t1, t3, t4\rangle$ feuern und im Platz p_1 beliebig viele Tokens ansammeln.

Für $K = 1$ ist das PN beschränkt: Jede Transition konsumiert ein Token vom eingehenden Zustand und gibt ein Token in den ausgehenden Zustand. Demzufolge ist immer genau ein Token im Umlauf und das PN ist 1-beschränkt.

- Eine Transition t eines PN heisst *tot* genau dann wenn sie unter keiner Folgemarkierung schaltbereit ist: $\nexists m \in [M_0\rangle : m\,[t\rangle$. (Zur Erinnerung: $[M_0\rangle$ ist die Menge aller möglichen Tokenverteilungen.)

  Eine Transition t eines PN heisst *aktiverbar* genau dann wenn sie unter einer Folgemarkierung schaltbereit ist: $\exists m \in [M_0\rangle : m\,[t\rangle$

  Eine Transition t eines PN heisst *lebendig* genau dann wenn sie unter *allen* Folgemarkierungen aktivierbar ist: $\forall m_1 \in [M_0\rangle : \exists m_2 \in [m_1\rangle : m_2\,[t\rangle$

  Ein PN heisst *(stark) lebending* (strongly live) genau dann wenn alle seine Transitionen lebending sind: $\forall t \in T, m_1 \in [M_0\rangle : \exists m_2 \in [m_1\rangle : m_2\,[t\rangle$

  Somit ist das gegebene PN N_2 lebendig für alle beliebigen Werte von K, da zu jedem Zeitpunkt jede Transition aktivierbar ist.

- Ein PN heisst *tot* genau dann wenn keine Transition mehr schaltbereit ist: $\nexists t \in T : m\,[t\rangle$, wobei m die Tokenverteilung im PN ist.

  Ein PN ist *Verklemmungsfrei* (deadlock free), bez. schwach lebendig genau dann wenn es unter keiner Folgemarkierung tot ist, also bei jeder beliebigen Markierung eine Transition aktivierbar ist: $\forall m \in [M_0\rangle : \exists t \in T : m\,[t\rangle$.

  Da das PN N_2 lebendig ist ist es ebenfalls Verklemmungsfrei. Hinweis: Die Umkehrung gilt nicht: ein Verklemmungsfreies PN ist nicht unbedingt stark lebendig.

2. Für $K > 0$ wurden die Eiegenschaften bereits besprochen. Für $K = 0$ ist das PN *nicht lebendig* und nicht verklemmungsfrei, da die Transition t_4 das Token 'vernichtet' und danach keine Transitionen mehr möglich sind.

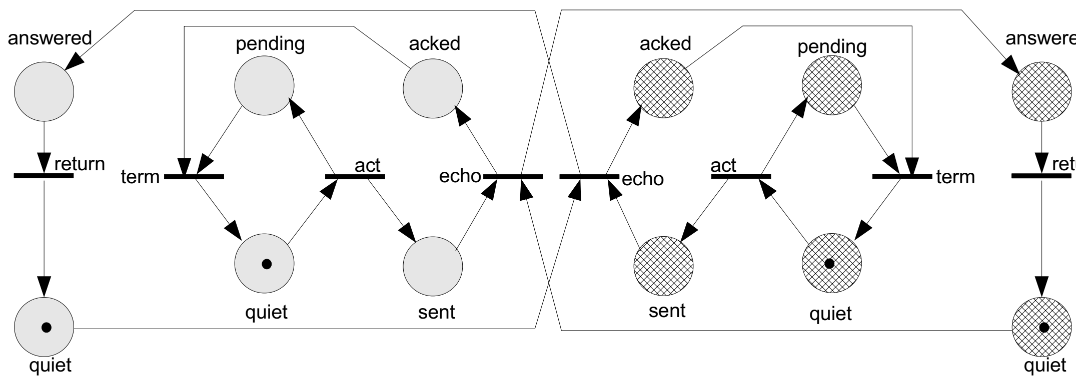
3 Gegenseitiger Ausschluss

Das PN muss (stark) lebendig sein, d.h. von jeder Tokenverteilung aus muss es möglich sein, jede beliebige Transition zu aktivieren (durch das Feuern von geeigneten Transitionen.)

4 Erreichbarkeitsanalyse

Werden die noch zu bearbeitenden Tokenverteilungen in einem Stack abgelegt ergbit sich eine Tiefensuche. Um eine Breitensuche zu erhalten, verwendet man stattdessen eine Queueue.

Zusatzaufgabe



Durch erweitern des PN erhält man dieses PN. Allerdings hat man hier das Problem, dass beide Seiten *gleichzeitig* senden können, was nicht wünschenswert ist.

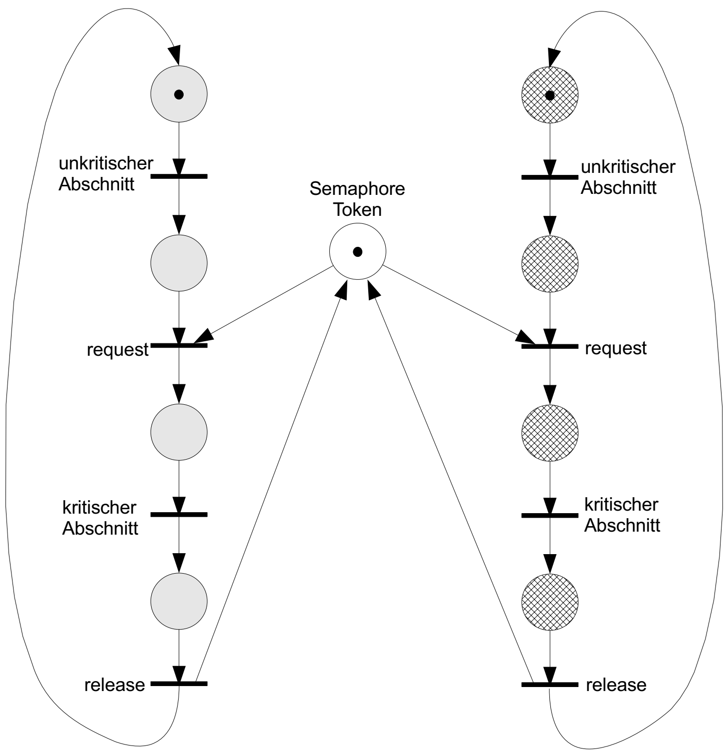
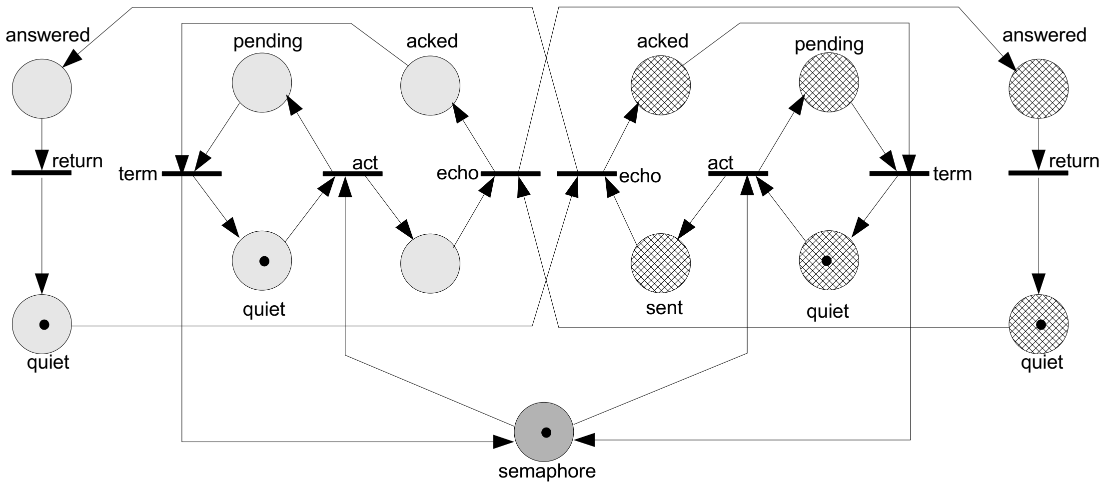


Figure 1: Ein mögliches PN. Auf der linken Seite der eine Prozess und auf der rechten Seite der zweite. Die Semaphore (ein Token) wird höchstens von einem der zwei Prozessen gehalten und arbitriert so den Zugang zum kritischen Abschnitt.



Um Gleichzeitiges Senden zu unterbinden, können wir eine Semaphore einbauen, welche das Senden auf dem Kanal arbitriert.

5 BDD-basierte Komposition von PN

Wurde während der Übungsstunde besprochen.

6 Zero-suppressed BDDs

Wurde während der Übungsstunde besprochen.